Géométrie plane

EXERCICE 1:

1) Soient $\vec{u}(2,1)$ *et* $\vec{v}(2-\sqrt{3},1+2\sqrt{3})$ deux vecteurs.

   Calculer une mesure de l'angle $(\vec{u},\vec{v})$.

2) Soient $A(-1,2),B(2,3)$ *et* $C(3,0)$ trois points du plan. Calculer l'aire du triangle ABC et la distance de chaque sommet au côté opposé.

*EXERCICE 2:*Considérons les points $A(-1,2),B(2,1),C(3,-6)$ *et* $D(-6,-3)$.

1) Montrer que ABCD est un trapèze.
2) Calculer l'aire de ABCD.
3) Montrer que ses diagonales se coupent perpendiculairement , et déterminer leur point d'intersection.

EXERCICE 3: Considérons les points $A(-2,-2),B(4,1),C(2,3)$ *et* $\vec{u}(-4,-2)$.

1) Former l'équation cartésienne de la droite (D)=(AB).
2) Former l'équation cartésienne de la droite (D') passant par C et dirigée par $\vec{u}$.
3) Montrer que $(D)//(D')$, et calculer la distance entre ces deux droites.

EXERCICE 4: Considérons les points $A(1,2),B(3,1),C(-2,3)$ *et* $\vec{u}(1,2)$.

1) Donner des équations cartésiennes des droites (D)=(AB) et (D')=(C, $\vec{u}$).
2) Déterminer leur intersection.
3) Soit E(16,64). Trouver, en effectuant le minimum de calculs, une équation cartésienne de la droite (DE).

EXERCICE 5:

1) Soit (D) la droite d'équation $3x-\sqrt{3}y-6=0$. Calculer $d(O,(D))$.
2) Soient A(3,2) et B(-5,1). Déterminer une équation de la médiatrice de [A,B].

EXERCICE 6: Déterminer l'intersection de la droite (D) : x+3y-4=0 et de chacun de cercles $(C_k): x^2+y^2-6y+k=0$ pour $k\in\{4,8\}$.

Chercher k pour que (D) et (C_k) soient tangents.

EXERCICE 7: Considérons les droites (D) :3x+4y+3=0 et (D') :12x-5y+4=0. Ces deux droites sont-elles concourantes ? si oui, donner une équation cartésienne des deux bissectrices.

EXERCICE 8: (Théorème de la médiane)

Soient A et B deux pointe du plan et soit I le milieu de [A,B].

Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2+MB^2=2MI^2+\dfrac{AB^2}{2}$.

EXERCICE9 :

1) Soient A(1,0) et $B(\sqrt{3},1)$ .Donner une équation polaire de la droite (AB).
2) Reconnaître la courbe d'équation polaire $\rho = \dfrac{1}{\cos\theta + 3\sin\theta}$.
3) Reconnaître la courbe d'équation polaire $\rho = 3\cos\theta - 4\sin\theta$.

EXERCICE 10: Soient A et B deux points distincts du plan.

On note I le milieu de [A,B]. Montrer que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \dfrac{AB^2}{4}$.

*EXERCICE 11:*Soit (D)=D(A, $\vec{u}$) où $\vec{u}(5,-1)$ *et* $A(3,2)$.

Expliciter la projection orthogonale sur (D), et la réflexion par rapport à la droite (D).

EXERCICE 12:

1) Donner les expressions analytiques des transformations suivantes :
   a) La translation de vecteur $\vec{u}(2,3)$.
   b) L'homothétie de centre $\Omega(1,-1)$ et de rapport -2.
   c) La rotation de centre $\Omega(1,2)$ et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.
   d) La similitude directe de centre $\Omega(1,-1)$ qui transforme A(3,5) en B(-2,0).
   (Il faut déterminer le rapport et l'angle).
2) Identifier les transformations du plan définies analytiquement par :

$$a)\begin{cases} x' = x-1 \\ y' = y+1 \end{cases}, b)\begin{cases} x' = 2x+3 \\ y' = 2y-1 \end{cases}, c)\begin{cases} x' = -x-2 \\ y' = -y+1 \end{cases}, d)\begin{cases} x' = -x-y+2 \\ y' = x-y-1 \end{cases}$$

EXERCICE 13: Démontrer, à l'aide des nombres complexes, que la composée :

1) De deux symétries centrales est une translation.
2) D'une rotation et d'une translation est une rotation.
3) De deux rotations est une rotation ou une translation.

EXERCICE 14: (composée de deux homothéties)

Soit h l'homothétie de rapport k et de centre A d'affixe a. Soit h' l'homothétie de rapport k' et de centre B d'affixe b.

1) Déterminer l'écriture complexe de h'oh.
2) Supposons que kk' =1.Démontrer alors que h'oh est une translation dont on déterminera le vecteur en fonction de k , A et B.
3) Supposons que kk' ≠ 1.Démontrer que h'oh est une homothétie de rapport kk', dont on caractérisera le centre en fonction de k, k' ,A et B.

EXERCICE 15: Soient A(1+i), A'(2+i), B(2-3i) et B'(7-2i).

Montrer qu'il existe une unique similitude directe s telle que s(A)=A' et s(B)=B'. (on précisera cette similitude)