EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Equations différentielles linéaires du 1er ordre :

Exercice1 : Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1) $y'+2y=x^2$; 2) $y'+y=2\sin x$; 3) $y'-y=(x+1)e^x$; 4) $y'+y=x-e^x+\cos x$

5) $y'+2xy=2xe^{-x^2}$; 6) $(x^2+1)y'+xy=1$; 7) $\sqrt{1+x^2}\,y'-y=1$; 8) $(x^2+1)^2y'+2x(x^2+1)y=1$

Exercice2 : Résoudre les équations différentielles suivantes sur les intervalles spécifiés :

1) $\sin x.y'-\cos x.y+1=0$ *sur* $]0,\pi[$; 2) $sh(x)y'-ch(x)y=1$ *sur* $]0,+\infty[$ *et sur* $]-\infty,0[$

Equations différentielles linéaires du 2ème ordre à coefficients constants :

Exercice3 : *Résoudre, sur* $\mathbb{R}$

0) *l'équation différentielle:* $y''+y=\sin\omega x$ *en fonction du paramètre* $\omega\in\mathbb{R}$.

1) $y''+5y'-6y=e^t$

2) $y''+4y'+13y=e^{-t}$

3) $y''+y=\cos 2t$

4) $y''+3y'+2y=e^{-t}+\sin(t)$

Exercice4 : Soit $\beta\succ 0$ fixé.

Résoudre le problème de Cauchy suivant : $\begin{cases} y''+\beta^2y=0 \\ y(0)=1,\ y'(0)=0 \end{cases}$,

Recollement de solutions d'une équation différentielle

Exercice5 : Considérons l'équation $(E)\, ty'-2y=t^3$.

1) Résoudre sur $]0,+\infty[$ *puis sur* $]-\infty,0[$ l'équation (E) .
2) En déduire la résolution de (E) sur $\mathbb{R}$.

Exercice6 : Considérons l'équation $(E)\, t^2y'-y=0$.

1) Résoudre sur $]0,+\infty[$ *puis sur* $]-\infty,0[$ l'équation (E) .
2) En déduire la résolution de (E) sur $\mathbb{R}$.

Exercice7 : Considérons l'équation $(E)\,(1-t)y'-y=t$.

1) Résoudre sur $]1,+\infty[$ *puis sur* $]-\infty,1[$ l'équation (E) .
2) En déduire la résolution de (E) sur $\mathbb{R}$ tout entier .

Quelques équations différentielles de 2nd ordre a coefficients variables :

Exercice8 : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(1+e^x)y''+y'-e^ty=0$ en introduisant la fonction $z=y'+y$.

Exercice9 : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $xy''-(1+x)y'+y=1$ en introduisant la fonction $z=y'-y$.